

Program for tirsdag den 15. marts:

- | | |
|-------------|--|
| 8.30- 9.00 | Ankomst, kaffe
Lokale 123/124 (1. sal over studieområdet/biblioteket) |
| 9.00-9.45 | Introduktion til lektionsstudier generelt og i Danmark. v/ Carl Winsløw (IND, KU) |
| 9.55-11.10 | Forberedelse til lektionen
v/ Jeanette Marie Axelsen og Flóvin Tor Nygaard Næs (MSG) |
| 11.10-11.40 | Frokost i kantinen |
| 11.45-12.45 | Åben lektion i 1.x |
| 12.45-13.00 | Pause
Kaffe/Te |
| 13.00-14.00 | "Refleksionsmøde"
v/ Britta Eyrich Jessen, Carl Winsløw, Flóvin Tor Nygaard Næs og Jeanette Marie Axelsen |
| 14.00-14.15 | Kaffepause |
| 14.15-16.00 | Videre arbejde med lektionsplan i grupper (med fokus på revisionsforslag), opsamling.
v/ Britta Eyrich Jessen (IND, KU) |
| 16.00-16.30 | Afsluttende spørgsmål vedr. lektionsstudier |

Tak for i dag

Deltagerliste

Hedinn Björnsson	hb@tec.dk	TEC
Jens Thostrup	mat.gux@attat.gl	Gymnasieafdelingen, Departementet for Uddannelse (GL) og GUX Nuuk
Grethe Terkelsen	GT@gmail.com	Ingrid Jespersens gymnasieskole
Sandra Thulstrup	sth@gmail.com	Ingrid Jespersens gymnasieskole
Anne Krab Harholt	anne.krab@stukuvm.dk	Læringskonsulent børne og undervisningsministeriet
Peter Wulff	pw@gladgym.dk	Gladsaxe Gymnasium
Jasmin Øder Madsen	jm@brgym.dk	Brøndby Gymnasium
Kristine Bacher	kbb@brgym.dk	Brøndby Gymnasium
Anja Olsen	aols@niels.brock.dk	Niels Brock Innovationsgymnasium
Trine Dybkjær	trdy@niels.brock.dk	Innovationsgymnasiet
Steffen Juul Christensen	sc@kg.dk	Københavns åbne Gymnasium
Mikkel Stoltenberg Bruun	Msb@kg.dk	Københavns åbne Gymnasium
Zarghoona Ghazi	zarg0021@msg-gym.dk	MSG

Ringsted Hill

JEANETTE MARIE AXELSEN, Midtsjællands Gymnasium (Ringsted)

Design en skibakke og beskriv den matematisk. På Midtsjællands Gymnasium i Ringsted-teamet har 2. cyklus ud af i alt fire handlet om stykkevist definerede funktioner i EU-projektet TIME, som har undersøgelsesbaseret matematikundervisning som didaktisk princip lagt ind i et forløb om lektionsstudier.

Firmaet *Kurver for alle* har fået til opgave at lave et parkeringshus i den gamle dampmølles kornsilo i Ringsted. Samtidig skal der laves en skibakke fra toppen af bygningen og ned som en ny attraktion i Ringsted inspireret af Copenhill, som ses på figuren til højre for billedet af Ringsted Dampmølle.

Bygningen er 35 m høj, og skibakken må maksimalt strække sig 45 m fra bygningsvæggen.

Hvordan skal firmaets bud på skibakken være?

Således lød opgaven til en 1.g i december 2020, hvor målet var at eleverne på baggrund af en skitse tegnet på millimeterpapir skulle beskrive skibakken vha. funktioner, som de havde fået lagt ud foran sig på bordene som et katalog over muligheder. Ligeledes skulle der på bordet i grupperne have ligget en vejledning til deres CAS-værktøj, hvordan de kunne arbejde med fx skydere, så de kunne eksperimentere sig frem til en forskrift eller bruge regression eller på anden vis komme frem til en matematisk beskrivelse.

Lektionen om stykkevist definerede funktioner skulle bruges til at undersøge, hvor forskellige tilgange og resultater der ville komme ud af lektionen, hvis den blev afprøvet i en 1.g-klasse og i en 2.g-klasse begge med A-niveau i studieretningen. Så ingen af klasserne havde tidligere mødt stykkevist definerede funktioner, men 2.g-klassen havde været igennem de fundamentale funktionstyper samt dif-



ferentialregning, hvor 1.g-klassen kun havde mødt de lineære og eksponentielle funktioner.

Erfaringer fra klasserummene

Eleverne i 1.g, som lektionens 1. runde blev afviklet i, designede en bakke, som tydeligt bestod af flere typer funktioner. Diskussionen ved bordene handlede om skibakken, hvordan man i starten skulle have fart på for senere at have en bakke midt på, så farten kunne aftage, inden man skulle lande i bunden. Selvom målene blev diskuteret som urealistiske og de lokalkendte elever var klar over, at kirkegården på den anden side af vejen ville give problemer, så blev opgavens udfordring accepteret trods de temmelig urealistiske elementer. Hovedbudskabet om at skabe en skibakke med forskellige forløb og uden knæk og hop blev accepteret.

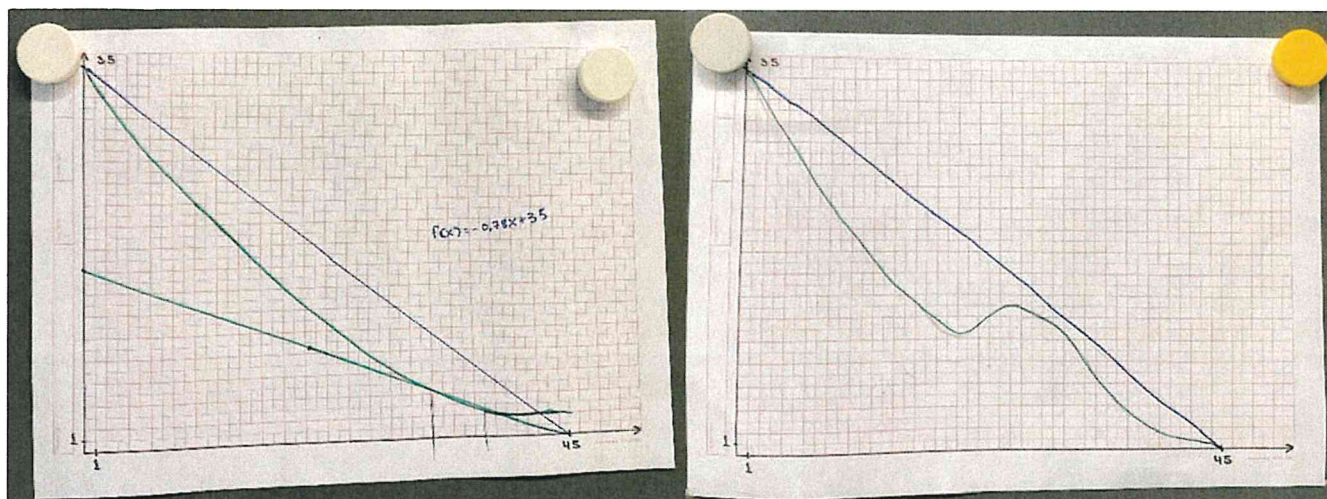
Eleverne havde i 1.g svært ved at komme i mål med at skrive forskriften. Noget af dette skyldes måske overdragelsen af det didaktiske miljø til eleverne, at der skulle være en skarpere linje mellem designdelen af skibakken og selve beskrivelsen af bakken matematisk. Da flere af eleverne havde aflæst punkter på grafen på deres skitser, så ville de have været i stand til at komme i mål vha. topunktformlerne for den eksponentielle funktion samt den lineære.

I den anden runde en uges tid senere i 2.g-klassen havde vi ændret lektionsplanen, så der ville blive en skarpere linje

mellem designdelen og den matematiske beskrivelse af skibakken. Eleverne fik lagt både et funktionskatalog frem og vejledningen til TI-Nspire, som blev glemt i første runde. Hvor 1.g'erne er en klasse, der ofte vil gribe til papir og blyant, så er det karakteristisk for denne 2.g-klasse, at de næsten har glemt papir og blyant og vil foretrække TI-Nspire som det første. Dette viste sig at holde stik.

Men dette fik den betydning, at hvis de ikke var vant til at arbejde med skydere i TI-Nspire, så viste det sig, at de havde svært ved at få lavet en skibakke som design fra begyndelsen, da de havde svært ved at finde en passende forskrift, og de valgte i højere grad én funktion til hele bakken frem for at dele bakken op i etaper. Et designforløb med papir og blyant først, hvor man havde fået lov at diskutere bakkens design for bagefter at lave en beskrivelse kunne måske have hjulpet eleverne her.

Eleverne i grupperne sad omkring én person i stedet for som 1.g'erne at flere arbejdede på samme tid. Når det tekniske blev for svært for eleverne, blev det en hæmsko og deres fokus flyttedes fra opgaven til det tekniske, hvilket blev et problem i forhold til tiden. Til gengæld var det tydeligt, at eleverne i 2.g havde et væsentligt større begrebsapparat, og de kunne tale om asymptoter, om grafen var sammenhængende og/eller glat, og på den måde viste de at være længe i deres matematikforløb.



Blå kurve er 1. udkast.
Til venstre ses bidrag fra gruppe 1.
Til højre ses bidrag fra gruppe 5.

Samlet set var det overraskende at se, at 1.g'erne nåede længere mod lektionens mål nemlig en forståelse for at funktioner kan være stykkevist definerede og hvordan, man kan bestemme forskriften. I teamet diskuterede vi efterfølgende, at det kunne være en ide at få afprøvet en 3. runde, som så ikke kunne blive i en A-niveaunklasse, men som matchede 2.g'erne på den måde, at de ville have været igennem funktionstyperne og differentialregningen.

I den 2. runde fik vi også ændret på for mange didaktiske variable i forhold til en mere direkte sammenligning af de to lektioner som fx de tidligere nævnte hjælpemidler, som eleverne havde til rådighed på bordene. Nogle af ændringerne løste dog problemstillinger såsom tydelig kommunikation i præsentationen af elevernes produkter for hele klassen. I den 2. runde fik vi nemlig lavet en opdeling af tavlen, så eleverne vidste præcist, hvor de skulle hænge deres skitser op, og vi havde fået magneter til at hænge deres skitser op med, så det blev nemt at tage skitserne op og ned igen til den anden præsentationsrunde, hvor eleverne også skulle beskrive deres skibakke matematisk.

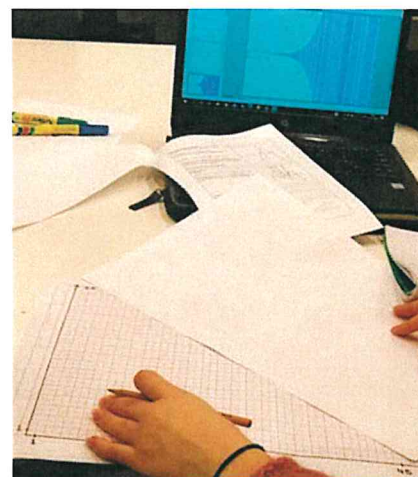
At bruge 2 forskellige farver tusser gjorde det også tydeligt for alle, hvad der var gruppens 1. udkast og 2. udkast, og i den ideelle verden ville opdelingen af tavlen i 6 felter også have givet plads til at skrive forskrifter, så man kunne se sammenhængen mellem skitse og forskrift til sidst, og hvor læreren kunne have samlet elevernes arbejde sammen mod en fælles opsamling af lektionen og gaffelforskriften for en stykkevist defineret funktion. Men fordi for mange ting blev ændret fra 1. til 2. runde, ville det være godt at få afprøvet en runde mere. Dette opgav vi i takt med, at nedlukningen pga. covid-19 fortsatte med at trække ud.

Yderligere perspektiver

Hvad der kunne være spændende at undersøge videre i forhold til lektionen, er en diskussion om hvorvidt der skal ligge hjælpeark på bordene til eleverne eller ej i forhold til deres CAS-værktøj. Hvis eleverne har været vant til at arbejde med skydere, regression eller andet, så vil arkene virke som en hjælp til hukommelsen, er hypotesen. Men hvis teknikkerne ikke har været brugt i udpræget grad, så kan det ende i tekniske problemer, der vil flytte fokus fra selve opgaven, og det ville være uhensigtsmæssigt i forhold til lektionens formål.

I forhold til hypotesen om forskellige på at introducere emnet stykkevist defi-

nerede funktioner i en 1.g og 2.g-klasse, så må vi konkludere, at umiddelbart kan vi sagtens introducere emnet for en 1.g-klasse med stort udbytte, og ligeledes kunne det skabe basis for en snak om kontinuitet samt differentiability senere i det 2-årige forløb, når differentialregningen skal på banen. Så det at kunne vise tilbage til skibakkerne og deres forløb, vil måske være en gevinst på sigt, da eleverne måske kan genskabe diskussionerne om den gode skibakke uden knæk og lodrette skihop.



Eksempel på forvirring fra arbejde med skydere i TI-Nspire. På computerskærmen i baggrunden viser det blå område en graf, eleverne har fået frem vha. den uhensigtsmæssige brug af skydere.

Research Lesson Observation

The main purposes of the research lesson and post-lesson discussion are:

- to study the impact of the lesson on student thinking, learning, and understanding;
- to help the lesson-planning group improve the lesson;
- to provide a learning opportunity for all participants.

The effectiveness and meaningfulness of the discussion depend on:

- the focus questions provided by the lesson-planning group;
- the quality of the observation data collected by the participants.

Before the observation:

- Read the lesson plan carefully to understand the rationale and hypothesis of the lesson and to learn what the authors want to find out.
- Decide on a focus for your observation.

Suggested data collection methods:

- Use (or create) one or more seating charts to record the whole picture of classroom thinking at different stages of the lesson.
- Transcribe the activities and statements of one student.
- Transcribe teacher/student interactions to record the flow of the lesson and how the interaction impacted student thinking.

Research lesson etiquette:

- Avoid side conversations.
- Avoid interacting with students or the teacher.
- Avoid interfering with teacher-student and student-student interactions.

Cyclus 2 - plan

23. november 2020

11:09

Janne (JG), Heidi (HS), Brian (BO), Jeanette (JA)

Participants	2.x Klassen har matematik på A-niveau og er naturvidenskabelige
Target knowledge	At kunne lave en stykkevist defineret funktion og beskrive den med en gaffelforskrift
Broader goals	At kunne beskrive et grafforløb med elementære funktioner dvs. genkende grafernes forløb for de elementære funktioner. At kunne oversætte fra design til et matematisk sprog. At kunne få en fornemmelse for en kontinuert og differentiabel funktion.
Prerequisite mathematical knowledge	Eleverne kender til alle de elementære funktionstyper. Eleverne har haft differentialregning og kender derfor også til monotoniforhold og at man kan inddele grafens forløb i intervaller ud fra en graf. Eleverne ved hvordan de opretter og arbejder med en skyder.
Grade	1. eller 2.g
Time	60 minutter
Required material	Computer Papir til design af rutsjebanen med fortegnet koordinatsystem Blå tus til at tegne 1. udkast til design og grøn til 2. udkast. "Værktøjskasse" bestående af funktionskatalog samt tastevejledninger til arbejde med grafer i Ti-Nspire, hvis ikke lige eleverne kan huske hvordan.
Problem	 Firmaet <i>Kurver for alle</i> har fået til opgave at lave et parkeringshus i den gamle dampmølles kornsilo i Ringsted. Samtidig skal der laves en skibakke fra toppen af

	bygningen og ned som en ny attraktion i Ringsted inspireret af Copenhill, som ses på figuren til højre for billedet af Ringsted Dampmølle. Bygningen er 35 m høj, og skibakken må maksimalt strække sig 45 m fra bygningsvæggen. Hvordan skal firmaets bud på skibakken være?
Undersøgelse med lektionen	Vi vil gerne undersøge, hvor meget forudsætningerne betyder ved at lade en 1.g og en 2.g klasse, der ikke kender stykkevist definerede funktioner, løse den samme designopgave, men hvor forudsætningerne er forskellige i forhold til funktionskendskabet.

Time	Teacher's actions incl. instructions	Expected student actions	Observations from implementation
Devolutionsfasen 5 minutter	HS overleverer problemstillingen til eleverne og giver dem de remedier, de må benytte	Eleverne lytter og stiller evt. opklarende spørgsmål	
Aktionsfase 15 minutter	HS går rundt og noterer sig elevernes tilgang og planlægger en rækkefølge i hvilken eleverne skal præsentere deres design	Eleverne arbejder med at designe en rutsjebane. Elevernes tilgang er præsenteret i matrix nederst	
Formuleringsfase 7 minutter	Magneter udleveres til ophængning af design på tavlen. Tavlen er inddelt i antal områder svarende til antal grupper.	Eleverne præsenterer deres designs. Resten af klassen lytter og stiller spørgsmål.	
Valideringsfase 5 minutter	Snakke om, at vi kan definere funktioner i forskellige intervaller evt. få snakket om, hvordan vi kan arbejde på at gøre funktionerne kontinuerte.		
Devolution 2 minutter	Eleverne bliver bedt om at beskrive deres rutsjebane mere matematisk. Det skal præciseres, at der ønskes en konkret forskrift	Eleverne lytter og stiller opklarende spørgsmål	

	for hver del af banen og at de gerne må ændre på deres design, hvis de ønsker det.		
Aktionsfase 10 minutter	HS går rundt og noterer sig elevernes tilgang	Eleverne arbejder med at få beskrevet deres funktioner vha. forskrifter og tage hensyn til, i hvilke intervaller, de skal defineres	
Formulering 5 minutter		Eleverne præsenterer deres forskrifter for deres endelige design	
Validering 5 minutter			
Institutionalisering 5 minutter	Opsamling på elevernes formler og præsentation af gaffelforskriften med udgangspunkt i nogle af elevernes arbejder.	Eleverne lytter og noterer sig betydningen af en gaffelforskrift evt. hvordan vi kan gøre det i Ti-Nspire	
Reflections			

Hvad eleverne kan finde på at gøre: Vandret matematisk Lodret værktøjs-program	A Stykkevist ukendte grafer (ikke elementære)	B Stykkevist elementære grafer	C Kombination af elementære funktioner men uden hensyn til begrænsninger i x-retningen	D Kombination af flere elementære funktioner og med hensyn til definitions-mængden	E Kombination af flere elementære funktioner med hensyntagen til definitions-mængder og kurven er glat	F Gaffeludtryk
Skitse på papir						
Sætter punkter ind i <i>Geometri</i> i Ti-Nspire og aflæser forskrifter						

Trækker i grafer i Ti- Nspire						
Regression i Ti-Nspire						
Benytter skydere i Ti- Nspire						
Topunkts- formler						
Gaffelfunk- tion						